

# Manter + Virar + Girar

Flexibilidade numérica, Generalizações e Provas  
para 1º ao 3º ano do Ensino Médio, e além

# Para a pessoa docente: Manter – Virar – Girar

Esta é uma atividade composta por múltiplas etapas. Ela começa com uma introdução que tem como objetivo ajudar os alunos a se (re)familiarizarem com dados de seis faces, pois esses serão os principais objetos de estudo ao longo da proposta. A primeira parte da exploração convida os alunos a participar de um jogo onde trabalham para formar uma soma igual a 10, utilizando três dados e seguindo um conjunto específico de restrições. Essa etapa estimula os alunos a praticarem flexibilidade numérica e pensamento estratégico. Assim que estiverem confortáveis com o jogo, os alunos são convidados a aprofundar suas investigações, formulando e respondendo perguntas generalizadas.

Esta atividade despertou o interesse da equipe do Youcubed. Tivemos um verão produtivo, fazendo conjecturas e identificando padrões. Escrevemos versões dessa atividade para todas séries, da educação infantil até além do ensino médio, mantendo o mesmo jogo com dados como base, mas com algumas modificações e adaptando o foco conforme o nível de escolaridade. Recomendamos que você explore as versões destinadas à outras séries, caso tenha interesse em diferentes abordagens dessa investigação. Em especial, destacamos que a versão para 6º a 9º ano inclui atividades sobre planificação e probabilidade — temas amplamente trabalhados nos anos finais do ensino fundamental, mas que também são adequados para qualquer estudante a partir do 6º ano.



# Para a pessoa docente: Lançar

A atividade começa no [slide 4](#). Peça aos alunos que estudem um dado de seis faces. Enquanto giram e manipulam o cubo tridimensional com as mãos, peça que registrem suas observações. Nesta atividade, esperamos que algum aluno perceba que a soma dos números em faces opostas do dado é sempre 7. Essa percepção é útil para o avanço da investigação. Caso os alunos não percebam essa relação, incluímos outra forma de ajudá-los a identificá-la no slide 5.

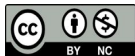
Uma vez que os alunos estiverem familiarizados com a disposição das faces dos dados, o slide 6 foi incluído como uma verificação de compreensão e uma forma adicional de enxergar os dados e a soma sete, além de oferecer prática com planificação. Neste momento, os alunos são convidados a identificar quais planificações são representações precisas de um dado e quais não são. Peça que justifiquem como sabem quais não são precisas. Note que algumas planificações não funcionam porque não formam um cubo quando dobradas, enquanto outras apresentam erros na disposição dos pontos, de modo que as faces opostas não somam sete.

Algo que pode surgir durante a atividade é que algumas planificações podem não corresponder exatamente aos dados que os alunos possuem, mesmo sendo planificações corretas para a construção de um dado. A única característica que está consistentemente presente em todos os dados de seis faces é que as faces opostas somam sete. No entanto, mesmo respeitando essa regra, existem duas formas de organizar os números: em sentido horário ou anti-horário (você pode ler mais sobre isso, em inglês, [aqui nas páginas 110 a 112](#)). E é isso que queremos que os alunos observem nas planificações. Uma proposta adicional e divertida é identificar se as planificações corretas levam a dados com sentido horário ou anti-horário.

Se você deseja uma atividade mais aprofundada sobre redes de dados, consulte a versão desta atividade destinada às 6<sup>a</sup> – 8<sup>a</sup> séries. Ela inclui uma proposta que pode ser usada além da 8<sup>a</sup> série, inclusive.



Observe o dado. O que você vê? Compartilhe suas observações.



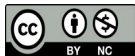
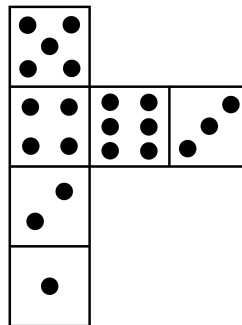
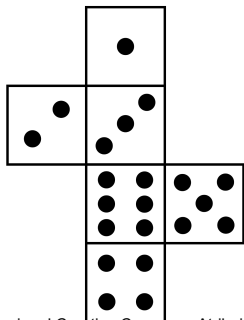
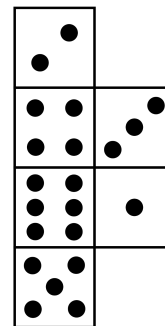
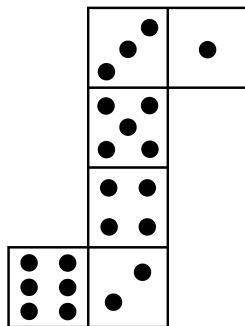
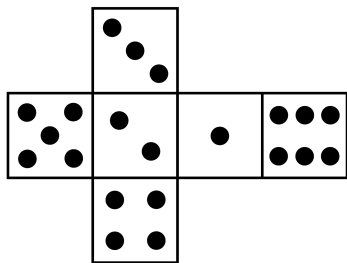
Faça uma conjectura sobre o número de pontos nas faces do dado que você não consegue visualizar. Como você tem certeza disso?



# Planificação de dados

Qual(is) das planificações funciona(m)? Como você sabe?

Qual(is) das planificações não funciona(m)? Como você sabe?



# Para a pessoa docente: Manter – Virar – Girar

O [slide 9](#) apresenta o jogo por meio de exemplos. É útil que dois alunos tenham seis dados entre si, para que possam usar 3 dados em uma jogada e, em seguida, usar o outro conjunto de dados para aplicar a regra “Manter”, “Virar” e “Girar”, a fim de somar 10. Escolhemos a combinação de 1, 3 e 4 como exemplo inicial porque há várias formas de formar o número 10 com esses números. É importante que todos compreendam que devem manter um dado, virar outro e girar o terceiro. A ação de virar consiste em virar para a face oposta. A ação de girar coloca o dado de lado, dando aos alunos quatro possibilidades de parcela restante da soma 10. A proposta de “Manter, Virar, Girar” oferece possibilidades de escolha aos alunos e esperamos que desenvolvam suas próprias maneiras de trabalhar.

Conforme os alunos vão jogando, vão ganhando prática. Deixe que os alunos explorem e criem suas próprias estratégias. Após algum tempo, peça que compartilhem suas descobertas. Você observará que alguns alunos não vão precisar dos três dados adicionais, pois terão desenvolvido uma representação mental do dado e estarão aplicando a regra do 7 em faces opostos. Por exemplo, se o giro der o número 2, sabe-se que a face oposta é 5, pois  $2 + 5 = 7$ . Assim, podemos concluir que as quatro faces laterais devem ser os números 1, 3, 4 e 6 — os números restantes de um dado. Nossos lindos cérebros matemáticos têm a capacidade natural de buscar estrutura, padrões e eficiência.



# Para a pessoa docente: regras do jogo e os materiais

## Regras:

- Lance três dados.
- Seu objetivo é fazer com que a soma dos três dados seja igual a 10, mas é necessário seguir essas regras:
  - o Você deve **manter** o resultado de um dos dados – você escolhe qual.
  - o Você deve **virar** um outro dado para o lado oposto, uma rotação de 180°.
  - o Você deve **girar** ou rolar um outro dado para o lado, um giro de 90°. Essa jogada te dá quatro números para escolher.
  - o A soma dos três dados deve dar 10.
- Pode ser útil separar o conjunto original de dados que você lançou, para que possa se lembrar dessa jogada. Utilize o segundo conjunto de três dados para aplicar a regra Manter, Virar, Girar, com o objetivo de somar 10. Dessa forma, você mantém um registro da jogada original e pode explorar diferentes abordagens utilizando o segundo conjunto.
- Veja um exemplo no próximo slide.

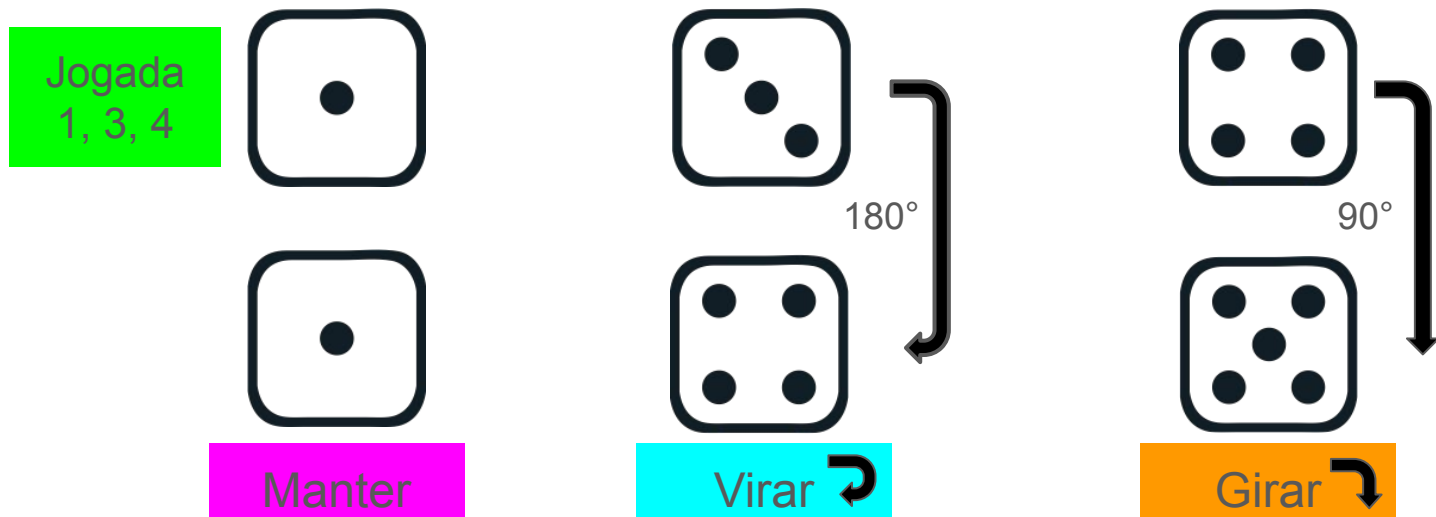
## Materiais:

- Seis dados para cada dupla de alunos.



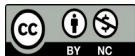
# Investigação: Parte 1

Lance 3 dados. Para cada trio de dados, você deve manter um, virar um e girar um. Você só pode usar um dado para manter, um para virar e um para girar. Seu objetivo é obter uma soma igual a 10, a partir do número total de pontos na face superior de cada dado, após usar a regra “manter, virar, girar”.



$$1 + 4 + 5 = 10$$

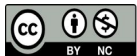
Consegue pensar em outra maneira de obter soma 10 a partir dos valores 1, 3, 4 dessa jogada?



# Para a pessoa docente: o que esperar

Esperar que os alunos:

- sigam a regra de “manter, virar, girar” corretamente
- persistam em mudar quais dados mantêm, viram e giram para somar 10
- usem a regra do 7, sem precisar virar o dado para ver o número do outro lado
- percebam padrões
- façam perguntas do tipo “E se...”
- comecem a utilizar padrões e estruturas para criar suas próprias regras. Por exemplo, eles sempre tentam formar um número menor que 7 com dois dados.



# Para a pessoa docente: Investigação: Parte 2

Assim que os alunos tiverem jogado e se sentirem confortáveis com o jogo, incentive-os a avançar para investigações mais aprofundadas. No próximo slide, há uma série de possíveis perguntas para os alunos explorarem. Você pode optar por compartilhá-las com a turma e permitir que escolham uma ideia da lista para investigar, mas é ainda mais interessante que os próprios alunos formulem suas próprias perguntas durante o jogo.

Observe como os alunos organizam seus registros e dados e como sistematicamente consideram exemplos para construir hipóteses. Também é importante observar e estimular o uso de tecnologias, conforme necessário. [Aqui](#), você encontra um exemplo de código escrito para identificar quais combinações de dados nunca somam 10.

À medida que os alunos investigam, você pode registrar as hipóteses em cartazes ou em uma seção do quadro, de modo que fiquem visíveis por um tempo, permitindo que os alunos leiam, debatam e colaborem entre si para provar ou refutar as hipóteses propostas.

Uma estrutura útil para introduzir o trabalho com provas é a Estrutura do Cético. Mais informações sobre essa abordagem estão disponíveis no [slide 14](#).



# Investigação Parte 2: Escolha uma pergunta para explorar

- Será que todas as jogadas de três dados somarão 10 depois de você Manter, Virar, Girar?
  - Caso isso não aconteça, quantas e quais jogadas falhariam?
  - Como você pode convencer a si mesmo, a um colega ou a um cético de que sua resposta está correta?
  - É possível utilizar tecnologia para auxiliar nesta investigação?
- De quantas formas diferentes você pode alcançar a soma 10 (ainda seguindo as regras) começando com qualquer jogada?
  - Quais jogadas têm mais caminhos para se obter soma 10?
  - Quais têm menos caminhos?
  - É possível identificar alguma estrutura nas jogadas que apresentam mais ou menos maneiras de somar 10?
- E se alterarmos um pouco as regras?
  - Se deixarmos de usar 10 como meta, mas mantivermos a regra de Manter-Virar-Girar, qual é a soma mais frequentemente obtida?
  - O jogo se torna mais fácil ou mais desafiador ao modificar o número-alvo? Existem números-alvo especialmente interessantes?
  - E se usarmos uma quantidade diferente de dados? Que regras seriam aplicadas para os dados adicionais? O jogo se torna mais fácil ou mais desafiador? Como você está medindo esse nível de dificuldade?
- Quais outras perguntas você gostaria de investigar?



# Para a pessoa docente: A Estrutura do Cético

Apresente a Estrutura do Cético aos alunos, informando que eles precisarão ser convincentes nesta atividade. A notável professora Cathy Humphreys utiliza essa abordagem<sup>1</sup>.

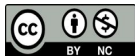
Na matemática, dizemos “provar” para nos referirmos ao ato de convencer os outros de que nosso raciocínio está correto. O primeiro nível de convencimento ocorre quando o aluno convence a si mesmo. O segundo nível, quando convence um colega. O terceiro, e mais desafiador, quando convence um cético.

Os alunos devem começar convencendo a si mesmos de que determinado padrão é verdadeiro: isso é o que chamamos de conjectura. Quando estiverem confiantes sobre suas conjecturas, podem trabalhar com um parceiro para compartilhar o raciocínio e, se necessário, obter ajuda para apresentar sua ideia à turma.

Após a apresentação dos alunos, convide-os a assumir o papel de céticos em relação às conjecturas dos colegas. Isso pode levar a um fortalecimento coletivo da convicção (ou não) sobre determinada ideia. Em ambos casos, valorize o pensamento matemático que os levou a tal conclusão.

---

<sup>1</sup> Leia mais sobre essa estratégia em [Mathish!](#) de Jo Boaler e veja, [aqui](#), sobre sua aplicação no programa de verão da YouCubed.



# Estrutura do Cético

- Convença a si mesmo
- Convença um colega
- Convença um cético

