

Cubo Pintado

Semana 4 – Dias 1 e 2

Introdução

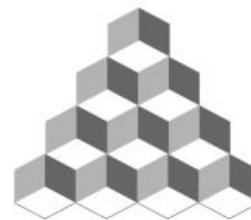
Quando o assunto é fazer conexões, esta é uma de nossas atividades de referência preferidas. Há muitos anos ela tem aparecido em vários periódicos, livros e sites diferentes e nós estamos animadas para mostrar aqui nossa versão da Álgebra 1. A tarefa é visual e tátil, oferecendo aos alunos formas diferentes de construir e ver o padrão. As conexões à área e volume da superfície, e às funções lineares, quadráticas e cúbicas tornam-na o tipo de atividade que deve ser feita com calma. É por isso que dizemos que você vai precisar de 2 – 3 dias para os alunos explorarem por completo as muitas formas diferentes de construir conexões e entendimentos.

Caso você queira aprender mais sobre o poder da matemática visual para o aprendizado, visite: <https://www.youcubed.org/pt-br/resource/a-matematica-visual/>. Nós temos uma coleção de vídeos voltados ao aprendizado visual e à criação de conexões. Sirva-se à vontade para mostrá-los aos alunos.

- <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/conexoes-cerebrais/>
- <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/tour-das-conexoes-matematicas/>
- <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/nossos-cerebros-pensam-sobre-matematica-visualmente/>

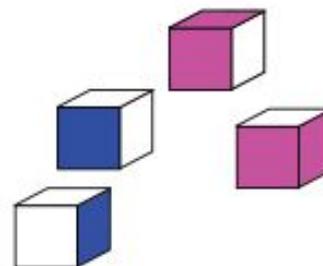
Programa do dia

Atividade	Tempo	Descrição/Pontos	Materiais
Lançar	10 min	<ul style="list-style-type: none"> ● Projete a ficha O que você vê? ● Comece uma discussão perguntando: “O que vocês veem?”. Em seguida: “Quantos cubos vocês veem?” 	<ul style="list-style-type: none"> ● Ficha O que você vê? (uma cópia por dupla)
Explorar	30+ min	Explore e reúna dados. <ul style="list-style-type: none"> ● Distribua a ficha do Cubo Pintado para os alunos e peça a eles que explorem as perguntas para um cubo de 4 x 4 x 4. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Ficha do Cubo Pintado ● Cubos de Açúcar, caixa com 126 unidades para cada 4 alunos ● Cartolina (ou tolhas de mesa) ● Marcadores ● Caderno de anotações matemáticas ● Lápis/Caneta ● Lápis de cor



Ao Professor

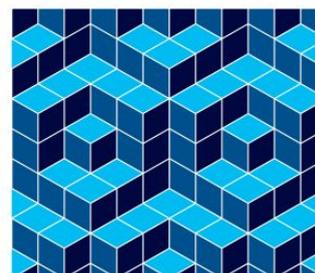
Esta atividade convida os alunos a usar representações variadas para explorar os padrões do número de faces pintadas nos pequenos cubos que compõem cubos de tamanhos diferentes. Ela começa a produção e reunião de dados, então é necessário que os alunos registrem bem suas descobertas. Enquanto os grupos fazem explorações, sugira que usem uma tabela como forma de organizar os números que forem encontrando. Não é necessário dar orientações sobre quais identificações usar nas colunas da tabela, pois sua organização não é importante durante a fase de exploração. Além disso, parte do aprendizado envolvido nesta atividade jaz na tomada de decisões por parte dos alunos acerca de como vão organizar seus dados. Para preparar uma discussão sobre os dados que reuniram, crie uma tabela no quadro que vai auxiliá-los na descoberta de padrões.



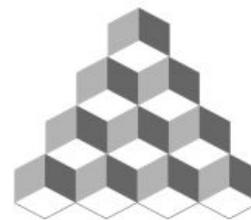
A exploração começa com a construção de cubos de tamanhos diferentes para a coleta de dados. Esses dados são então organizados numa tabela e, depois, em gráficos. Deixe espaço na discussão para os alunos nomearem todas as suas conjecturas. Quando estiverem discutindo as descobertas na tabela, solicite que mostrem, expliquem, e justifiquem suas conjecturas visualmente. Prepare-se para isso organizando o quadro ou cartolina de modo que os alunos possam desenhar conforme necessário enquanto estiverem discutindo seus argumentos. Uma vez que a discussão tenha começado a incluir tabela, expressões, e gráficos, as representações visuais podem não estar presentes na conversa. Quando isso acontecer, faça uma pergunta que estimule os alunos a voltar à representação visual. Isso é importante porque a compreensão visual e numérica, bem como a conexão disso a representações mais tradicionais, como tabelas, equações e gráficos, têm o poder de formar ou fortalecer as rotas do cérebro.

Lançar

Peça aos alunos que formem grupos de quatro. Comece com uma oportunidade de observação do padrão de um cubo para que eles comecem a visualizar e contar os cubos em um contexto diferente. Diga que você tem uma imagem que deseja mostrar a eles.



Distribua a Ficha O que você vê?, uma cópia por dupla. Projete a imagem e pergunte: “O que vocês veem?”. Esta é uma oportunidade para os alunos pensarem de forma criativa, então aceite todas as respostas que oferecerem. Depois pergunte: “Quantos cubos vocês veem?”. Dê aos alunos algum tempo para que cada um observe o padrão



do cubo, e depois peça que mostrem seu raciocínio ao grupo. Reúna a turma toda perguntando quantos cubos as pessoas sugeriram para o padrão. Se e quando houver sugestões de números diferentes de cubos, solicite que expliquem o que contaram. Quando eles estiverem mostrando seu raciocínio, lembre que haverá ideias discordantes, pois a pergunta é aberta. Você também pode acrescentar que, se quiséssemos um problema com apenas uma resposta, precisaríamos fazer uma pergunta mais específica ou incluir alguns parâmetros.

Em seguida, passe para a atividade do cubo pintado. Explique para os alunos que atividade envolve cubos e que a conversa que acabaram de ter sobre os diferentes modos de olhar o padrão do cubo vai ajudá-los a pensar de forma criativa. Solicite que tirem tudo de suas carteiras, pois ter um espaço amplo para trabalhar será útil. Peça que cada grupo coloque uma cartolina em sua mesa. Isso vai ajudar a manter o açúcar numa área restrita e deixar espaço para que escrevam ideias.

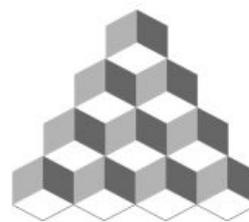
Lance a atividade mostrando o seguinte cenário: um cubo de 4x4x4 é mergulhado na tinta. Quantas unidades do cubo teriam 0 faces pintadas, 1 face pintada, 2 faces pintadas, 3 faces pintadas, e daí por diante? Mostre os materiais que estão disponíveis para uso durante a exploração. Estimule os alunos a fazer construções com os cubos de açúcar e criar códigos de cores neles. Não se estenda muito na apresentação do problema, evitando buscar respostas para quaisquer das perguntas apresentadas. Apoie as equipes para que façam perguntas e respostas de esclarecimento entre si.

Explorar

Existem inúmeros padrões que podem surgir quando tentamos compreender o problema do cubo pintado. É uma boa oportunidade para estabelecer a importância de registrar o que os alunos veem numa tabela. Quando os grupos estiverem explorando os cubos de açúcar, conceda espaço para abordarem o problema a partir de qualquer direção que faça sentido para eles. Enquanto trabalham para construir e reunir dados, estimule-os a registrar suas descobertas durante o processo.

Comece apresentando a pergunta: “Se pegássemos um cubo de 4x4x4 e o mergulhássemos num pouco de tinta, quantas unidades do cubo não ficariam com as faces pintadas? Uma face pintada, duas faces pintadas, e três, quatro, cinco e seis faces pintadas?”

Aceite algumas perguntas de esclarecimento sobre o que eles vão explorar, depois dê a cada grupo de quatro uma caixa de cubos de açúcar para que os utilizem durante a criação de um exemplo do que aconteceria ao cubo de 4x4x4 após ter sido mergulhado tinta. Dê bastante tempo para as equipes colorirem e contarem os cubos, e depois registrarem suas descobertas na tabela em seu caderno. Quando todas as equipes



tiverem terminado de investigar um cubo de 4x4x4 e tenham começado a pensar sobre pelo menos dois cubos de outros tamanhos (2x2x2, 3x3x3, 5x5x5, etc), é chegada a hora de promover uma discussão com toda a turma.

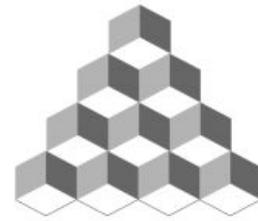
Discutir

Escreva a tabela para a discussão no quadro, caso você escreva essa tabela no quadro antes de os alunos terminarem a exploração, cubra-a para que não influencie a organização deles. Ao reunir a turma toda novamente, convide-os a mostrar suas descobertas e registrá-las na tabela. Incentive-os a inserir nela quaisquer coisas que tenham encontrado e, caso algo já esteja numa célula ou não haja um lugar para ela, os alunos devem ter liberdade para acrescentar colunas ou fileiras e usar cores diferentes para mostrar discordâncias. Discuta cada inscrição até que se chegue a um acordo. A fileira inferior não precisa ter título. O objetivo é que alguém perceba a conexão ao volume de um cubo. Caso perguntas surjam, peça aos alunos que façam conexões com a representação visual para embasar seu raciocínio. Também faça conexões com a representação visual enquanto estiver discutindo a expressão que os alunos criaram para um cubo de qualquer tamanho (n×n×n). Como os números na expressão estão relacionados com o cubo? Esteja aberta às diferentes direções da discussão. Isso vai te dar informações sobre a compreensão dos alunos. Caso haja erros no quadro, permita aos alunos descobrir e perceber esses erros e justificar seu raciocínio. Isso vai gerar diálogos interessantes e criar na turma uma cultura de aprendizado com os erros e de aprendizado mútuo enquanto comunidade.

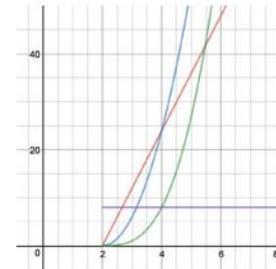
# de faces pintadas num cubo	Tamanho do cubo					
	1x1x1	2x2x2	3x3x3	4x4x4	5x5x5	n×n×n
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Explorar

Quando os alunos tiverem tido a oportunidade de preencher e discutir a tabela, diga que eles vão explorar outra representação dos padrões que identificaram para o número de cubos com 0, 1, 2, 3 faces pintadas e o número total de cubos. Exiba o gráfico e discuta a ideia de fazer conjecturas e o que checar conjecturas sobre os gráficos poderia significar.



Dê a cada dupla de alunos uma cópia do gráfico para que possam analisá-lo mais de perto. Pergunte qual gráfico representa qual padrão ou expressão, usando justificativas baseadas em outras representações. Estimule-os a usar os cubos 3x3x3, 4x4x4 ou 5x5x5 que construíram quando estavam pensando sobre uma explicação visual; para ajudá-los a fazer isso, você pode dar a eles mais cubos de açúcar ou alguns cubos de encaixe. Considere desenhar a representação visual no quadro de um cubo 4x4x4 ou de 5x5x5.



Discutir

Convide-os a mostrar suas estratégias para conectar as diferentes representações. Destaque as conexões que os alunos fazem entre as representações. Lembre que fazer conexões entre representações variadas, incluindo as formas nas quais eles veem a matemática visualmente, é importante para o aprendizado. Para mais informações sobre o poder da matemática visual, visite:

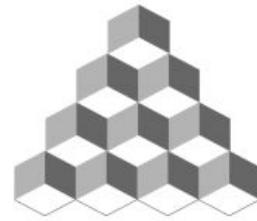
<https://www.youcubed.org/pt-br/resource/a-matematica-visual/>. Caso você queira mostrar um vídeo sobre intersecções cerebrais, visite:

<https://www.youcubed.org/pt-br/resources/conexoes-cerebrais>

Mostre aos alunos o nome das diferentes funções (linear, quadrática, cúbica), solicite que mostrem ideias sobre como cada função recebeu seu nome, e façam conexões entre o nome da função e sua representação visual. Atraia mais conexões para a conversa fazendo uma pergunta como: “O que vai acontecer com esses gráficos se o tamanho do cubo for aumentando? Como isso está relacionado à representação visual? Qual padrão está crescendo mais rápido que os outros? Por quê? O que esses pontos de intersecção significam? O que aconteceria se aproximássemos ou afastássemos o gráfico?”. Diga que eles vão continuar a aprender sobre esses tipos diferentes de crescimento e suas equações e gráficos ao longo do curso.

Distribua a ficha do segundo gráfico. Pergunte: O que vocês percebem em relação à diferença entre os dois gráficos nas fichas? Por que na ficha de um gráfico, os valores começam em 2? O que vocês percebem em relação à forma de cada gráfico, e o que acontece aos valores y quando os valores x são menores que 2? Destaque a forma dos gráficos para tipos diferentes e crescimento: linear, quadrático e cúbico. Reúna toda a turma para uma discussão sobre o domínio e a imagem de uma função e qual conjunto de números é apropriado para esses valores.

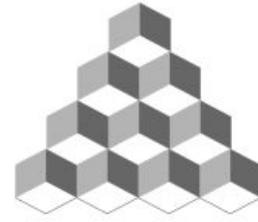
Estender



- Crie sua própria investigação usando outras formas (prisma retangular, pirâmide de base quadrada).
- Façam um brainstorm de outros exemplos de representações visuais e situações que poderiam ser representadas pelos gráficos diferentes.

Fique de olho

- Como os alunos estão contando os cubos? Ao usar diferentes estratégias de contagem, eles podem visualizar padrões e fazer mais conexões a expressões e outras representações do padrão. Estimule-os a mostrar suas formas diferentes de ver, o que vai abrir espaço para os alunos observarem diferentes formas de contar.
- Como os alunos estão registrando suas descobertas? Com o objetivo de generalizar padrões e escrever equações, perceba como os alunos estão registrando suas descobertas. Enquanto eles estiverem trabalhando, talvez você perceba que os alunos estão registrando suas descobertas e, no entanto, não as estão organizando de modo a ver os padrões surgirem. Caso isso pareça estar acontecendo em todos os grupos, não há problema em esperar até que você reúna a turma. Nesse momento, os alunos vão mostrar suas descobertas numa tabela da turma durante a discussão.
- Como os alunos estão justificando suas conjecturas? Quando eles estiverem discutindo as descobertas na tabela, observe como explicam suas conjecturas e como os alunos as estão testando e justificando. Eles provavelmente usarão as representações com as quais se sentem mais à vontade, o que é importante respeitar. Também é uma boa ideia perguntar como a conjectura poderia ser justificada visualmente para que os alunos sejam incentivados a conectá-la à representação visual.
- Como os alunos estão usando as representações visuais para justificar seu raciocínio? Quando eles estiverem dando razões para suas ideias, observe como eles usam as representações visuais em suas explicações. Caso você perceba que as representações visuais são apenas discutidas quando os alunos estão mostrando suas descobertas, estimule-os a fazer conexões entre a representação visual e a expressão e/ou a representação visual e gráfico. Ver as conexões visuais vai dar aos alunos uma imagem concreta da diferença entre crescimento, expressões/equações e gráficos que eles serão capazes de recordar ao longo do ano.
- Como os alunos estão conectando as representações gráficas do crescimento do número de unidades do cubo pintadas com 0, 1, 2, e 3 faces pintadas?

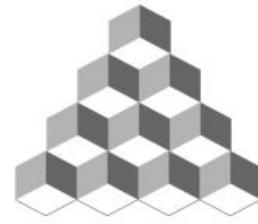


Quando eles estiverem pensando sobre as representações gráficas dos padrões de crescimento, observe como estão escrevendo as conexões. Estimule-os a mostrar seu pensamento visual com códigos de cores, setas, círculos, etc...

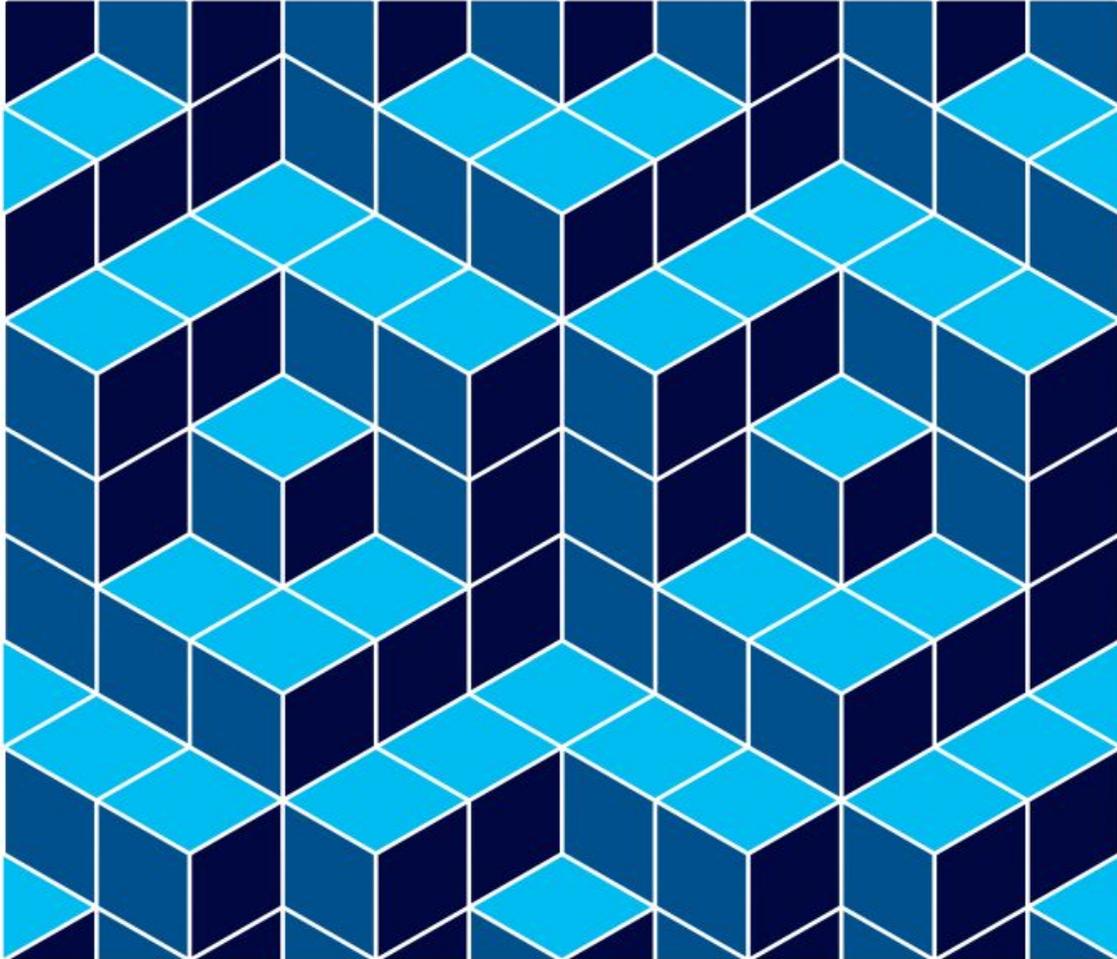
- Como os alunos estão generalizando seus padrões? Quando eles falarem sobre generalização, observe como estão encontrando expressões/equações para o número de cubos com 0, 1, 2, 3 faces pintadas. Caso os alunos estejam apenas usando suas percepções em relação aos números na tabela, solicite que reflitam sobre isso visualmente e discutam onde o crescimento está acontecendo, para que conectem as expressões às diferentes partes do cubo maior que estão mudando.

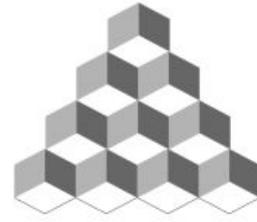
Refletir

O que você aprendeu sobre representações visuais, padrões, expressões e gráficos?



O que você vê? Ficha





Cubo Pintado Ficha



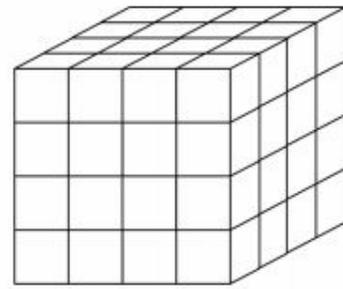
Caso 1



Caso 2



Caso 3



Caso 4

Instruções da Atividade

Imagine que nós pintamos de azul um cubo de $4 \times 4 \times 4$ em todos os lados.

Quantos dos cubos pequenos não foram pintados?

Quantos têm 1 face azul?

Quantos têm 2 faces azuis?

Quantos têm 3 faces azuis?

Quantas unidades do cubo não têm faces pintadas, 1, 2, ou 3 faces pintadas num cubo de qualquer tamanho? Pense de forma visual.

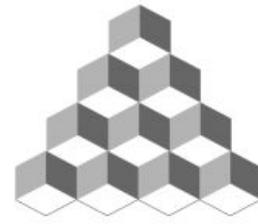
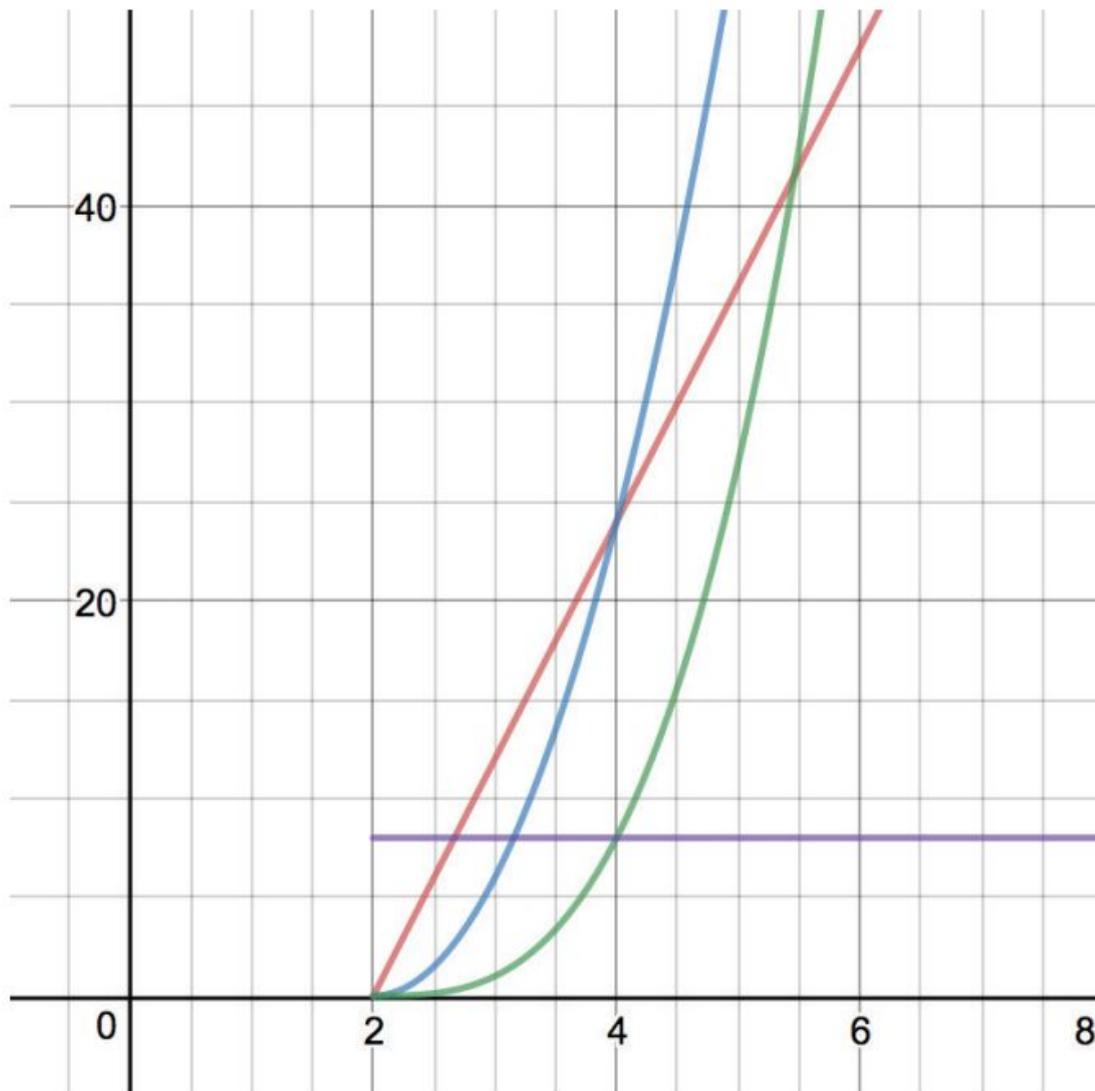


Gráfico do Cubo Pintado Ficha



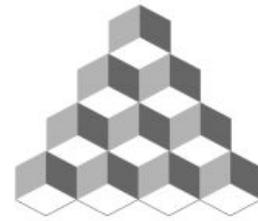


Gráfico do Cubo Pintado Ficha

