



## Todos podem aprender a matemática de alta complexidade!

Há um mito comum aceito por milhões de estudantes, pais e professores – o de que alguns indivíduos “levam jeito” para a matemática, e outros, não. Todos os dias, essa ideia impede as pessoas de avançar. No entanto, tal mito foi refutado pela neurociência, que mostra que o cérebro cresce e se modifica, e que ninguém nasce com ou sem um dom para a matemática. Na verdade, é o aprendizado que forma o percurso matemático no cérebro.

Quando o aprendizado acontece, o cérebro responde de uma destas três

formas:

**Novas vias se formam**

**As vias ficam mais fortes**

**As vias se conectam**

É muito importante transmitir essas descobertas aos alunos e ajudá-los a entender que, com



dedicação e autoconfiança, eles são capazes de aprender qualquer nível de matemática escolar.

Sugerimos que mostre este vídeo, para os ajudar a entender a nova neurociência:

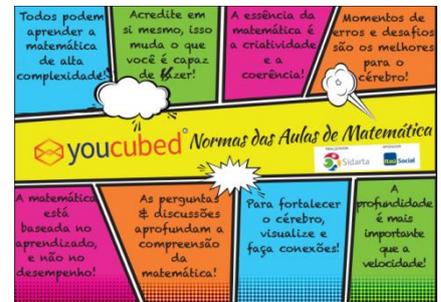
<https://www.youcubed.org/resources/four-boosting-messages-to-students/>

### Math ou Maths?

Talvez, você se pergunte por que nossos cartazes do youcubed trazem a palavra *maths* e não *math*. Há muitos países no mundo, inclusive o Reino Unido, de onde vem a Jo, que dizem *maths*, e não *math*. Além disso, *maths* tornou-se um substantivo plural por ser uma forma abreviada de *mathematicS* - e o “s” no final é importante. Ele condensa todas as diferentes formas das matemáticas, e os jeitos de ser matemático - como, por exemplo, através do desenho, da comunicação, da generalização, da visualização, e da conexão. A palavra *math*, no singular, parece mais limitada e as pessoas nos EUA muitas vezes dizem “do the math<sup>1</sup>” quando querem expressar “faça as contas!”. As matemáticas vão muito além do cálculo, portanto, nós usamos a palavra *maths*!

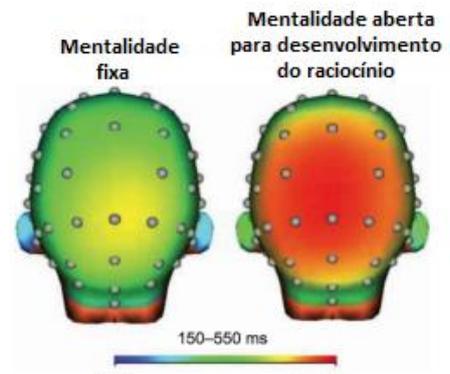


## **Acredite em si mesmo, isso muda o que você é capaz de fazer!**



Um conjunto de estudos pioneiros encabeçados por Carol Dweck mostra que as pessoas com uma mentalidade aberta para o desenvolvimento do raciocínio – acreditam ser capazes de aprender o que quiserem – alcançam um bom desempenho em níveis mais altos, tanto na escola, quanto na vida. Aquelas com uma mentalidade fixa, por sua vez, que acreditam que seu potencial é limitado, acabam não avançando por causa de suas ideias.

Um estudo feito por Jason Moser e seus colegas ofereceu novas percepções sobre como esse processo ocorre no cérebro. Sua equipe estudou a atividade cerebral das pessoas durante exames e descobriu que, ao cometerem erros, sujeitos com uma mentalidade aberta para o desenvolvimento do raciocínio tiveram uma atividade cerebral mais positiva em relação àqueles com uma mentalidade fixa. Ou seja, quando as pessoas acreditaram em seu potencial, isso mudou a forma de operação do cérebro.



MOSER, J. S.; SCHRODER, H. S.; HEETER, C.; MORAN, T. P.; Y. H., LEE. *Mind your erros: Evidence for a neural mechanism linking growth mindset to adaptive posterror adjustment. Psychological Science*, n. 22, v. 12, p. 1484-1489.

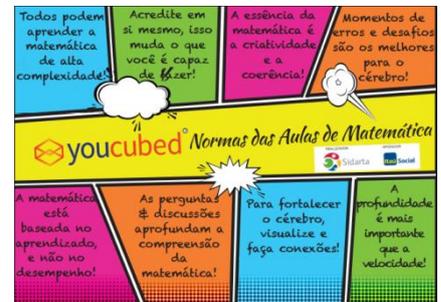
Esta é uma descoberta impressionante que mostra o quanto é importante que os alunos – e professores – acreditem em si mesmos, pois isso muda as formas como o cérebro opera diante de materiais desafiadores, e nos ajuda a entender por que as pessoas com uma mentalidade aberta para o desenvolvimento do raciocínio obtêm bons resultados em níveis mais elevados.

Em seu papel de professor, é muito importante sempre estimular os alunos a acreditar em si mesmos. Mostre o impacto de uma mentalidade aberta para o desenvolvimento do raciocínio e de conceitos positivos sobre si mesmo, e diga saber que eles são capazes de aprender tudo o que quiserem.

Esta página traz mais informações que serão úteis aos alunos, e também vão te ajudar a promover aulas que estimulem a mentalidade aberta para o desenvolvimento do raciocínio:

<https://www.youcubed.org/resource/growth-mindset/>

## A essência da matemática é a criatividade e a coerência!

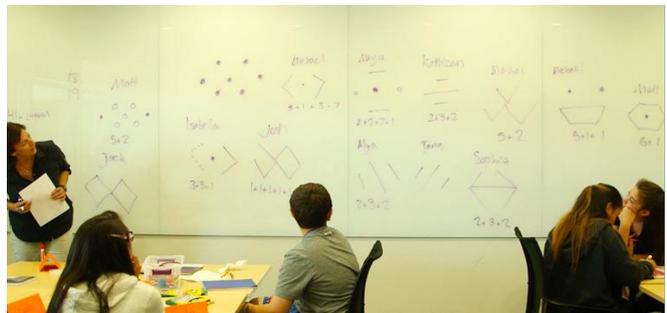


A chave para entender matemática é encontrar o seu sentido. Muitos estudantes acreditam que a matemática é um conjunto de fórmulas que precisam ser decoradas – esta crença está associada a baixos resultados (veja abaixo). A matemática é uma matéria muito criativa em cuja essência está a visualização de padrões e a criação de rotas de soluções que outras pessoas possam ver, discutir e criticar.

Eis alguns métodos para estimular a descoberta da coerência e do raciocínio matemático criativo:

1. Sempre pergunte aos alunos, estejam suas respostas corretas ou incorretas: por que isso faz sentido?
2. Valorize as diferentes formas como os alunos veem a matemática e as diferentes rotas de solução que criam. Eu geralmente digo aos alunos que, na minha opinião, a parte mais bonita da matemática é o fato de que toda ideia e pergunta podem ser resolvidos de formas diferentes.
3. Incentive a matemática visual. Peça aos alunos para desenhar ideias e soluções matemáticas, e a refletir sobre como veem a matemática.

4. Use conversas numéricas que valorizem as diferentes formas de ver a matemática e resolver problemas. Assista a este vídeo, no qual ensino uma conversa numérica do cartão de pontos a alunos do 6º ano, e digo que isso mostra a maravilhosa criatividade na matemática:

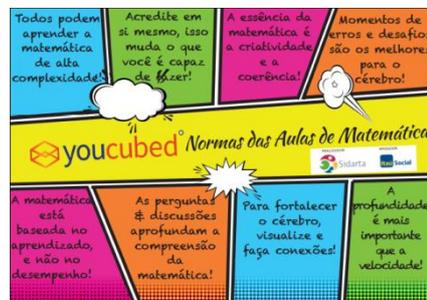


<https://www.youcubed.org/resources/jo-teaching-visual-dot-card-number-talk>.

5. Quando os alunos tiverem sanado todas as perguntas, solicite que pensem em perguntas novas e mais difíceis, que podem ser feitas a outros alunos. Essa é uma ótima estratégia de diferenciação.

Dados do PISA obtidos com 13 milhões de adolescentes de 15 anos ao redor do globo mostram que os alunos com o pior desempenho do mundo acreditam que o bom desempenho na matemática provém da memorização. Os Estados Unidos e o Reino Unido são países em que um grande número de alunos tem essa crença. Para mais detalhes, visite este artigo da Scientific American: <http://bit.ly/2eb7yeN>

## Momentos de erros e desafios são os melhores para o cérebro!



Muitos alunos têm medo de errar e, ao se depararem com dificuldades num trabalho, adquirem a crença prejudicial de que não “levam jeito” para a matemática. No entanto, a neurociência nos diz que os momentos de dificuldades são os melhores para o crescimento do cérebro. O estudo de Jason Moser, citado na norma dois (acredite em si mesmo!) mostrou que os cérebros estão mais ativos quando as pessoas erram, e menos quando acertam.

Nas aulas que ministramos aos alunos de numa escola voltada às séries finais do ensino fundamental, descobrimos que nossa mensagem – amamos os erros, pois eles ajudam o cérebro a crescer – foram transformadoras. Isso está evidente neste curto vídeo:

<https://www.youcubed.org/resources/solving-math-problem/>

Eis algumas sugestões para incentivar os alunos a encarar os erros de forma positiva:

1. Peça aos alunos que cometeram erros a apresentá-los (principalmente os profundos e conceituais) no quadro negro, para que todos possam aprender com eles. Se um aluno comete um erro conceitual, há grandes chances de que muitos outros estejam enveredando pelo mesmo caminho.

2. Quando eles errarem – em vez de demonstrar pena ou compaixão, diga: “Isso é muito bom para o seu cérebro! Sinapses estão ocorrendo!”.

3. Peça que leiam mensagens positivas sobre o cérebro/erros, escolham suas favoritas e as guardem durante todo o ano letivo. Por exemplo: “fácil é uma perda de tempo”, “o esforço faz o cérebro crescer”, “errar é muito importante”. Peça que desenhem cérebros com as mensagens, e exiba-os nas paredes, como fez Kim Hollowell – use este link para baixar o modelo do cérebro:



<https://www.youcubed.org/resource/posters/>.

4. Papel amassado: Peça que amassem uma folha de papel e o atirem contra o quadro com a mesma sensação que têm quando erram. Depois, peça que recuperem as folhas e pintem os seus vincos; elas representam as sinapses e o crescimento do cérebro que surgem em decorrência do erro. Solicite que guardem a folha em suas pastas/cadernos para que sirva de lembrete.



## A matemática está baseada no aprendizado, e não no desempenho!



Muitos alunos acham que seu papel na aula de matemática não é aprender, mas acertar as respostas –, ou seja, ter sucesso. É importante que saibam que a matemática está fundamentada no aprendizado; aprendê-la é um processo demorado, e que exige, acima de tudo, esforço.

Eis algumas estratégias para tornar a matemática uma disciplina de aprendizado, e não de desempenho:

1. Dê menos notas e testes. A matemática é a matéria da grade curricular que mais atribui notas e testes. Não há pesquisas comprovando que notas, tampouco testes, são benéficos para o aprendizado, e ambas dão aos alunos a sensação de que estão atendendo a expectativas, e não aprendendo. Em geral, as notas fazem os alunos pensarem que elas representam o que são, e não o que aprenderam. Há um vídeo que reflete sobre o tema em: <http://youtu.be/eoVLBExuqB0>
2. Em vez disso, ofereça comentários diagnósticos. Eles são mais demorados, mas extremamente valiosos, e podem ser feitos com menos frequência. Trabalhamos com professores que abandonaram as atribuições de notas diárias e passaram a fazer comentários semanais, obtendo melhoras gigantescas dos alunos. Sugerimos que leia este artigo de Ruth Butler sobre um estudo que compara o impacto das notas e do feedback diagnóstico: <http://bit.ly/2mpjBZN>.
3. Use as estratégias de “avaliação para o aprendizado” (veja a barra ao lado).
4. Caso as notas sejam imprescindíveis, então as atribua pelo aprendizado, e não pelo desempenho. Alguns aspectos que podem ser considerados são: fazer perguntas, representar ideias de formas diferentes, explicar o trabalho aos outros, fazer conexões. Avalie a matemática em sua amplitude, e não apenas num recorte específico, como a execução de procedimentos.
5. Talvez seus superiores exijam que você entregue notas, mas isso não significa que você precisa comunicá-las aos alunos. As notas transmitem mensagens fixas sobre o aprendizado, e são muitas vezes contraproducentes.



Está comprovado que, quando as notas e testes somativos são substituídos pelas estratégias de ensino do **Assessment for Learning\*** (A4L), os alunos apresentam uma melhora radical de desempenho. Estima-se que, se todos os professores na Inglaterra usassem as estratégias do A4L, o desempenho dos alunos melhoraria tanto que o país sairia de sua posição mediana em comparações internacionais e passaria a figurar entre os cinco melhores do mundo (BLACK AND WILIAM, 1998). Na página <https://www.youcubed.org/categoria/assessment-and-grading/> apresentamos nossas estratégias de A4L favoritas.

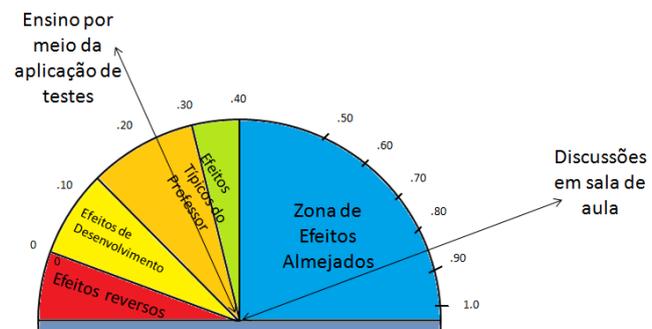
\*Avaliação para o Aprendizado.



## As perguntas & discussões aprofundam a compreensão da matemática!

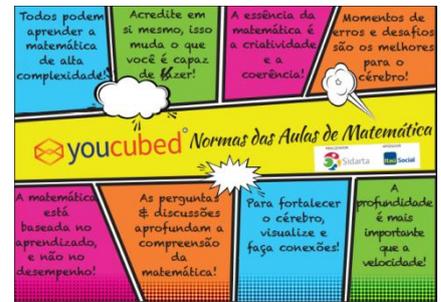
Pesquisas mostram que fazer perguntas está vinculado ao alto aproveitamento – no entanto, à medida que os alunos avançam de séries, passam a perguntar cada vez menos, por medo de causar uma má impressão. Você não precisa saber a resposta de todas as perguntas; às vezes, é bom responder que não sabe, mas vai descobrir, ou perguntar a outros alunos se alguém gostaria de responder à pergunta. A ciência também nos diz que, quando respondemos a uma pergunta, e obtemos do cérebro informações importantes, estas terão se modificado para sempre em nossas mentes, tornando-se mais acessíveis. Isso aponta para a importância das discussões em sala de aula.

John Hattie examina a potência dos efeitos de diferentes abordagens em sala de aula, e mostra que existe uma diferença marcante entre o impacto causado pelas perguntas feitas através de testes, e de discussões em sala de aula. Veja a imagem ao lado, adaptada do livro de Hattie: *Visible Learning for Mathematics, Grades K-12: What Works Best to Optimize Student Learning* (Corwin Press, 2016).



Eis algumas sugestões para incentivar perguntas:

1. Diga aos alunos que você adora perguntas de matemática e que elas são muito importantes. Quando boas perguntas surgirem, anote-as com letras coloridas em cartazes afixados nas paredes da sala, para celebrá-las. Mostre perguntas de diferentes alunos.
2. Explique que, em suas aulas, eles têm duas responsabilidades: a primeira é a de nunca levar perguntas para casa, e a segunda é a de sempre responder à pergunta que um colega de turma lhe fizer.
3. Incentive os alunos a fazer perguntas – elas podem partir de você, de outros alunos, ou deles mesmos, tais como: por que isso funciona? Posso desenhar isso? Posso construir isso? O que esse método tem a ver com o outro?
4. Estimule-os a fazer suas próprias perguntas sobre matemática. Em vez de lhes fazer perguntas, apresente interessantes situações matemáticas e veja que questionamentos ela suscita.



## Para fortalecer o cérebro, visualize e faça conexões!

As novas pesquisas sobre o cérebro estão mostrando que ele pensa a matemática visualmente, e, mesmo quando fazemos um simples cálculo numérico, cinco vias diferentes estão envolvidas, sendo duas delas visuais (BOALER; CHEN; WILLIAMS & CORDERO, 2016). A via visual dorsal é a principal região do cérebro para a representação do conhecimento das quantidades. Quando se solicita aos alunos que visualizem na matemática, seu desempenho e engajamento aumenta significativamente. Gosto de pensar nisso da seguinte forma – nosso cérebro quer raciocinar visualmente sobre a matemática!

Em vez de mostrar uma representação visual que você tenha desenhado, ou que esteja no livro didático, pergunte aos alunos se eles podem desenhar ideias, métodos ou resultados.



As pesquisas também estão mostrando a importância da conexão entre diferentes áreas do cérebro, que ocorre quando vemos a matemática de diferentes formas, como, por exemplo, em palavras, imagens, gráficos, equações, e estabelecemos conexões entre elas. Os códigos de cores são uma boa maneira de destacar nexos entre ideias.

As conexões matemáticas também são importantes. A matemática é uma matéria de conexões, mas os alunos geralmente a veem como um conjunto de métodos desconectados entre si. Fizemos um vídeo que eles adoram, mostrando algumas de suas conexões:

<https://www.youcubed.org/resources/tour-mathematical-connections/>

BOALER, J.; CHEN, L.; CORDERO, M. Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain. *J Appl Computat Math*, v. 5, n. 325.

© Youcubed, 2017. Todos os direitos reservados.

## A profundidade é mais importante que a velocidade!



Muita gente erroneamente acredita que, para ser bom de matemática, é preciso ser rápido. Contudo, muitos matemáticos famosos e premiados dizem abertamente que são lentos no trabalho matemático, e apontam que o essencial é ver conexões e pensar profundamente. É importante que as aulas de matemática a desassociem da velocidade, para despertar o potencial de muitos pensadores lentos e incríveis. Quando valorizamos a computação rápida, incentivamos um subconjunto de alunos que consegue fazer cálculos rapidamente, mas desestimulamos muitos outros, inclusive os que pensam lenta e profundamente, e que são muito importantes para a matemática.

Não precisamos que os alunos calculem rápido (os computadores e celulares podem fazer isso por nós), mas que pensem profundamente, conectem métodos, argumentem e criem justificativas. Também sabemos que oferecer práticas com testes cronometrados não ajudam os alunos a se tornarem rápidos nos exames de final de semestre ou do ano letivo. Testes cronometrados de aritmética marcam o início precoce da ansiedade matemática para muitos alunos; quando damos testes como esses, os estudantes mais rápidos permanecem rápidos, e os lentos continuam lentos, ou ficam ainda mais lentos, à medida que a ansiedade se instala.

Nosso conhecido artigo *Fluência Sem Medo*:

<https://www.youcubed.org/evidence/fluency-without-fear/> não apenas descreve as maneiras como a ansiedade causada pela velocidade

impactam o cérebro, impedindo sua habilidade de funcionar, mas também mostra maneiras de ensinar fatos matemáticos com atividades que agradam os alunos e os conduzem a uma compreensão mais profunda. Outras sugestões são:

1. Explique que você não valoriza a rapidez na execução de um trabalho. O pensamento matemático preconiza a profundidade, e não a rapidez.
2. Não permita que as discussões matemáticas sejam conduzidas pelos alunos mais rápidos.



“Eu sempre fui extremamente inseguro em relação à minha capacidade intelectual; achava que não era inteligente, e é verdade que eu era, e ainda sou, bastante lento. Preciso de tempo para entender as coisas, pois sempre preciso compreendê-las por inteiro. Perto do fim do 2º ano do ensino médio, eu secretamente me achava um burro. E isso me preocupou por muito tempo.

Ainda sou tão lento quanto antes. (...) Naquele final do 2º ano, avaliei a situação e concluí que a rapidez não tem uma relação direta com a inteligência. O que é importante é compreender profundamente as coisas e suas relações entre si. É aí que está a inteligência. Ser lento ou rápido realmente não importa”.

- Laurent Schwartz, Ganhador da Medalha Fields (do livro *A Mathematician Grappling with His Century*, 2001)

3. Quando pedir que algum voluntário levante a mão, tente receber respostas de alunos variados, e não apenas dos mais rápidos.
4. Não use cartões de memorização, competições de velocidade, testes cronometrados; em vez disso, valorize a profundidade, a criatividade, diferentes formas de pensar sobre a matemática e diferentes explicações.